

Ensenyament de l'estadística en l'educació secundària i universitària

Yolanda COLOM i TORRENS



Paraules clau: *competències, treball per projectes, problemes matemàtics*

Resum

Una de les preguntes que ens hem fet: com s'ha d'ensenyar l'estadística als alumnes de secundària i batxillerat? Per donar resposta a aquesta pregunta mostrem la importància de l'estadística en l'educació secundària i en batxillerat en el sistema andorrà. Com un treball per competències unit als projectes utilitzant materials didàctics contribueix a la resolució de problemes estadístics. La realització d'un projecte matemàtic emprant materials didàctics (Alsina, C.; Burgués i Fortuny, J. M. 1987) com el *GeoGebra*, *Excel* i els daus ens ha permès determinar com aquests materials didàctics poden ajudar en la resolució de les diferents activitats competencials matemàtiques. Aquests materials ens han permès descriure mètodes de treball i establir pautes adequades que poden ajudar els alumnes en la resolució i l'aprenentatge de les matemàtiques de manera col·laborativa. Aquests projectes han captat l'atenció dels alumnes, creant situacions de pregunta i de complicitat necessària per aconseguir un nivell competencial i un aprenentatge matemàtic que en definitiva és el que sempre s'intenta aconseguir.

Introducció

L'aprenentatge de l'estadística en el sistema andorrà juga un paper important en la metodologia de l'aprenentatge de les matemàtiques. L'aprenentatge matemàtic requereix de diferents instruments i el treball manipulatiu és fonamental en la resolució de problemes matemàtics contextualitzats.

Les unitats didàctiques s'estructuren al voltant d'una situació complexa. Els alumnes, mitjançant la resolució d'exercicis i de problemes matemàtics complexos contextualitzats, aniran adquirint les destreses necessàries, que els permetran contestar aquesta situació

complexa i d'altres de similars que se'ls plantegen, en les quals necessitaran mobilitzar les estructures i els recursos tractats en la unitat. Un punt clau és l'ús de diferents metodologies de treball en l'execució de les activitats a l'aula. És important assenyalar que la realització d'aquestes activitats ajudarà a formar els alumnes en les tres competències de secundària i les quatre competències matemàtiques que demana el sistema andorrà en el batxillerat.

Referents teòrics

Ens podem preguntar: com sorgeix la idea de competència? Quines són les competències necessàries perquè una persona pugui tenir èxit en la vida, viure de manera responsable i poder afrontar els reptes del futur? Quins conceptes i quins models poden ajudar a definir les competències i formar la base per a la selecció d'un conjunt restringit de competències clau? Aquest tipus de preguntes són les que van sorgir en diferents àmbits de l'economia.

A la fi de 1987 es crea la comissió DeSeCo (Definició i Selecció de Competències) i es desenvolupa el programa educatiu de l'OCDE amb la finalitat de donar les orientacions que s'han de tenir en compte als diferents països industrialitzats per formar els seus ciutadans.

A continuació, l'any 2000 es comença a realitzar el primer estudi PISA, que tindrà importants repercussions en el món educatiu. I també en els següents informes PISA (2003, 2006, 2009, 2012) fins a l'actualitat, ja que a partir dels diferents resultats trobats s'han donat orientacions que s'han plasmat en els currículums de diferents països.

En els últims anys, el món docent europeu i llatinoamericà de tots els nivells educatius està experimentant un procés de profund canvi en el plantejament dels seus objectius i en la forma d'assolir-los. S'està imposant el nou paradigma metodològic denominat *models d'ensenyament-aprenentatge*, basat en competències. Tant les institucions educatives com el professorat van encaminats, no només pels corrents teòrics, sinó per l'abast de les disposicions legals, a adaptar els seus programes d'ensenyament i la metodologia a aquest paradigma. Com a conseqüència, en lloc de desenvolupar una formació basada exclusivament en la transmissió i l'aprenentatge dels coneixements es fa necessari facultar l'estudiant per a l'aprenentatge al llarg de la vida, és a dir, l'estudiant ha d'aprendre a aprendre. L'eix central passa a ser l'alumne, la qual cosa és un gir a la visió tradicional, on el professor és el nucli clau en la formació. L'estudiant té l'autèntic protagonisme en la construcció de la seva pròpia formació. De les idees anteriors es desprèn la necessitat d'un nou paradigma metodològic per abordar el plantejament del procés d'ensenyament-aprenentatge. Aquest paradigma és el model d'ensenyament basat en competències.

Les competències ens transmeten el significat del que la persona és capaç d'executar, el grau de preparació, suficiència o responsabilitat per a certes tasques. El concepte de les competències tracta de seguir un enfocament integrador, considerant les capacitats per mitjà d'una dinàmica combinació d'atributs que, junts, permeten un exercici competent com a part del producte final d'un procés educatiu.

Les competències representen una combinació d'atributs pel que fa al coneixement i les seves aplicacions, aptituds, destreses i responsabilitats, que descriuen el nivell o grau de suficiència amb què una persona és capaç de exercir-los. En aquest context, posseir una

competència o conjunt de competències vol dir que una persona, en manifestar una certa capacitat o destresa o en exercir una tasca, pot demostrar que la realitza de forma tal que permeti avaluar-ne el grau de realització. Les competències poden ser verificades i avaluades; això vol dir que una persona corrent ni posseeix ni manca d'una competència en termes absoluts, però la domina en cert grau, de manera que les competències poden situar-se en un continu.

L'ensenyament de l'estadística a l'escola andorrana s'ha dissenyat en el marc de les competències aplicades tant a l'educació secundària com en les ciències socials del batxillerat. Però cal establir què s'entén per competència matemàtica i quins són els antecedents de les competències matemàtiques.

Segons l'informe PISA, en tractar de definir les competències matemàtiques ens trobem dos estudis que ens proveeixen de les competències i subcompetències que s'inclouen en l'aprenentatge matemàtic. Encara que aparentment ens poden semblar diferents, podem veure que hi ha molts aspectes comuns.

Tenim constància de l'informe PISA des dels anys 2000, 2003, 2006, 2009 i el més recent, el del 2012, en què es redefeix la competència matemàtica com: "La capacitat d'un individu per formular, utilitzar i interpretar les matemàtiques en una varietat de contextos. Inclou tant raonaments matemàtics com l'ús de conceptes, procediments, fets i eines matemàtiques per descriure, explicar i predir els fenòmens. Permet a l'alumnat entendre el paper que juguen les matemàtiques en el món, així com raonar i prendre decisions que necessita per convertir-se en un ciutadà constructiu, compromès i reflexiu." (Informe PISA, 2012, pàg. 5).

El terme *competència matemàtica* fa referència al caràcter funcional del coneixement matemàtic i en la possibilitat d'aplicar-lo de manera variada, reflexiva a una multiplicitat de situacions dels més diversos tipus. Perquè aquest ús sigui possible i viable es requereixen una gran quantitat de coneixements i habilitats matemàtiques fonamentals. En l'àmbit lingüístic, la competència pressuposa la possessió d'un vocabulari ric i un coneixement substancial de les regles gramaticals, la fonètica, l'ortografia, etc. La competència matemàtica pressuposa, sens dubte, aquest tipus de coneixements, de manera que tampoc no es pot reduir només al domini de la terminologia, les dades i els processos de les matemàtiques ni a l'habilitat per realitzar certes operacions i posar en pràctica determinats mètodes. La competència matemàtica suposa una combinació creativa d'aquests elements a fi de respondre a les exigències que plantegen les situacions externes.

Una de les capacitats essencials que comporta el concepte de competència matemàtica és l'habilitat de plantejar, formular i interpretar problemes mitjançant les matemàtiques en una varietat de situacions o contextos. La gamma de contextos abasta des dels purament matemàtics fins a aquells altres que, en principi, no presenten o aparenten posseir una estructura matemàtica: és tasca de qui planteja o tracta de solucionar el problema introduir de forma satisfactòria l'estructura matemàtica. Convé posar en relleu, així mateix, que la definició no se circumscriu a un coneixement bàsic de les matemàtiques, sinó que inclou l'ocupació i l'ús de les matemàtiques en unes situacions que van de la quotidianitat a l'excepcionalitat, del senzill al complex.

Per avaluar les matemàtiques el projecte PISA es fonamenta en un enfocament realista,

recollint la idea de competència matemàtica subjacent en el projecte KOM (Niss, 2003), segons el qual el procés de formació ha d'ajudar els estudiants a aconseguir dos grups de competències:

L'habilitat de posar i respondre qüestions sobre i amb les matemàtiques	L'habilitat de manejar les eines i el llenguatge matemàtic
A.1. <i>Pensar matemàticament. Comprendre i utilitzar els conceptes donats: abstraure conceptes i generalitzar resultats.</i>	B.1. <i>Utilitzar diverses representacions. Ser capaç de passar d'una a l'altra</i>
A.2. <i>Formular i resoldre problemes matemàtics.</i>	B.2. <i>Utilitzar llenguatge dels símbols i de sistemes formals matemàtics. És a dir, codificar símbols i llenguatge formal; traduir d'un llenguatge a un altre; tractar fórmules i expressions simbòliques, etc.</i>
A.3. <i>Ser capaç d'analitzar i construir models matemàtics en relació amb altres àrees. Dur a terme modelitzacions en contextos donats, matematitzar situacions.</i>	B.3. <i>Ser capaç de comunicar-se en, amb i sobre les matemàtiques, és a dir interpretar textos escrits en els diversos llenguatges; escriure textos amb diferents nivells de precisió, etc.</i>
A.4. <i>Ser capaç de raonar matemàticament. Seguir i avaluar els raonaments matemàtics aliens, comprendre el que és i no és una demostració, ser capaç de dur a terme raonaments informals i formals.</i>	B.4. <i>Manejar les ajudes i eines matemàtiques, tenir coneixement, saber les seves limitacions i usar-les reflexivament.</i>

Taula 1: Taula de competències
 Font: Elaboració pròpia a partir de les competències PISA

En l'informe PISA la competència matemàtica s'estructura en funció de tres dimensions: continguts matemàtics, processos implicats i situacions en les quals es plantegen els problemes.

Continguts	Processos	Situacions
Espai-forma	Reproducció	Context personal
Canvi i relacions	Connexió	Context escolar
Quantitat	Reflexió	Context comunitari
Incertitud		Context científic

Il·lustració 1: Dimensions estudiades en el Informe PISA
 Font: Elaboració pròpia a partir de las competències PISA

D'acord com es defineix en el projecte PISA l'avaluació matemàtica s'estableix d'acord a quatre subdimensions en entendre que les capacitats de l'alumnat en aquestes subdimensions són rellevants per mostrar si són capaços de traspasar el que han après en l'àmbit escolar a la vida quotidiana.

No obstant això, hem d'assenyalar que les últimes aportacions sobre la caracterització de competència matemàtica que fa la mateixa organització de l'informe PISA, 2012 assenyalen una varietat de fenòmens matemàtics i és conseqüent amb les categories utilitzades en els estudis PISA anteriors. PISA 2012 utilitza les quatre categories que caracteritzen els continguts centrals: a) Canvi i relacions, b) Espai i forma, c) Quantitat, d) Incertesa.

Seguint les directrius dels diferents informes PISA, la Generalitat de Catalunya (2013) ens diu sobre la resolució de problemes que els alumnes han de: entendre, experimentar, estimar, temptejar, conjecturar, planificar estratègies de resolució, aplicar conceptes i eines matemàtiques, comprovar la correcció, i comunicar el resultat i el procés seguit.

En aquest document (Burgués & Serramona, 2013) la dimensió de resolució de problemes es defineix en les quatre competències següents:

- Competència 1. Traduir un problema a llenguatge matemàtic a una representació matemàtica utilitzant variables, símbols, diagrames i models adequats.
- Competència 2. Utilitzar conceptes, instruments i estratègies matemàtics per resoldre problemes.
- Competència 3. Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema assajant diverses estratègies.
- Competència 4. Generar preguntes de caràcter matemàtic i plantejar problemes.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p.8)

Each competència té tres nivells. Enunciem a continuació els tres nivells de cadascuna de les competències.

Per a la competència 1.

- Nivell 1: Explicar l'enunciat d'un problema en llenguatge propi, valent-se de textos, dibuixos, esquemes o expressions aritmètiques.
- Nivell 2: Traduir un problema a llenguatge matemàtic utilitzant gràfics, expressions aritmètiques o expressions algebraïques senzilles.
- Nivell 3: Traduir i donar sentit a problemes formulats de maneres diverses (textos, imatges, objectes ...) al llenguatge matemàtic, tenint en compte el significat de les dades.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p. 10)

Per a la competència 2.

- Nivell 1: Emprar estratègies i eines matemàtiques elementals per resoldre problemes.
- Nivell 2: Emprar conceptes, eines i estratègies matemàtics per resoldre problemes, explicant el procés i comprovant la raonabilitat de la solució.
- Nivell 3: Emprar conceptes, eines i estratègies matemàtics per resoldre problemes, mantenint el control del procés, justificant-i comprovant la correcció i raonabilitat de la solució.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p. 14)

Per a la competència 3.

- Nivell 1: Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema, provant altres propostes si la inicial no funciona.
- Nivell 2: Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema, ser capaç d'assajar i discutir altres propostes en un entorn d'aprenentatge cooperatiu i en un entorn individual.
- Nivell 3: Mantenir una actitud de recerca davant d'un problema, redefinir i ajustar, si cal, les estratègies i ser capaç de discutir i valorar altres propostes, en qualsevol entorn d'aprenentatge.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p. 18)

Per a la competència 4.

- Nivell 1. Generar preguntes o problemes d'aplicació directa, parcialment coherents amb el context en què es plantegen, respectant i acollint algunes de les seves característiques.
- Nivell 2. Generar preguntes o problemes que impliquin connexions i que siguin coherents amb el context en què es planteja, respectant i acollint les seves característiques.
- Nivell 3. Generar preguntes o problemes que comportin generalització i que siguin coherents de manera idònia amb el context en què es plantegen.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p. 21)

I en la dimensió de la connexió tenim les competències següents:

- Competència 7. Usar les relacions que hi ha entre les diferents parts de les matemàtiques per analitzar situacions i per raonar.
- Competència 8. Identificar les matemàtiques implicades en situacions properes i crear situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p.8)

I cada competència té tres nivells. Enunciem a continuació els tres nivells de cadascuna de les competències.

Per a la competència 7.

- Nivell 1: Utilitzar relacions concretes entre conceptes matemàtics per analitzar situacions.
- Nivell 2: Utilitzar les connexions entre els conceptes i procediments de les diverses parts de les matemàtiques per analitzar situacions.
- Nivell 3: Fer servir les relacions entre les diverses parts de les matemàtiques, emprar el llenguatge matemàtic i aplicar idees transversals per analitzar situacions i per construir raonaments.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p.33)

Per a la competència 8.

- Nivell 1: Identificar les matemàtiques implicades en situacions properes utilitzant els coneixements i les representacions matemàtiques per descriure-les.

- Nivell 2: Identificar les matemàtiques implicades en situacions properes i acadèmiques, emprar els coneixements, les eines i la forma de treballar de les matemàtiques per descriure-les i analitzar-les.

- Nivell 3: Identificar les matemàtiques implicades en situacions properes i acadèmiques, emprar els coneixements, les eines i la forma de treballar de les matemàtiques per descriure-les i analitzar-les. I a l'inrevés, reconèixer estructures matemàtiques concretes en àmbits diferents.

(Extret de document (Burgués & Serramona, 2013), p. 36)

Tenim que hi ha una relació entre les dimensions a través de les competències. "S'estableix una relació entre la dimensió connexió i la resolució de problemes a través de traduir un problema a un llenguatge matemàtic o una representació matemàtica utilitzant variables, símbols, diagrames i models adequats. I generar preguntes de tipus matemàtic i plantejar problemes "(pàg. 55).

A l'Escola Andorrana les competències matemàtiques específiques a secundària se centren principalment en el fet d'aprendre a fer preguntes, incorporar models, interpretar relacions i estructures, per aquest motiu la proposta didàctica és la modalitzadora. Es basa principalment en tres eixos: literàcia, materàcia i la tecnocràcia.

Les competències matemàtiques són:

C1. Interpretar críticament fenòmens reals mitjançant objectes i processos matemàtics.

C2. Analitzar el canvi en fenòmens reals, establint els models matemàtics corresponents.

C3. Resoldre situacions matemàtiques complexes a partir de tècniques matemàtiques diverses.

I les competències matemàtiques específiques del batxillerat de ciències socials de l'Escola Andorrana se centren principalment en els eixos didàctics següents: la resolució de problemes, la modelització, el raonament matemàtic i la competència comunicativa. Aquests quatre eixos constitueixen les quatre competències del programa que es poden treballar de forma independent, tot i que quan es treballa una de les competències de forma inherent es poden treballar les altres.

Les competències matemàtiques són:

C1. Resoldre problemes de matemàtiques i aplicats a contextos de les ciències socials.

C2. Modelitzar matemàticament situacions de les ciències socials.

C3. Raonar matemàticament amb els diferents recursos lògics.

C4. Comunicar processos i resultats d'una situació matemàtica amb llenguatge matemàtic.

(Extret del document *Programa de matemàtiques aplicades a les ciències socials de batxillerat de l'Escola Andorrana*, 2017)

I al seu torn en cada competència tenim una sèrie d'indicacions:

- Respecte a la competència de la resolució de problemes matemàtics dels alumnes, han de:

- Identificar les dades rellevants i les seves relacions per resoldre el problema.
- Aplicar el pla d'actuació amb les heurístiques per resoldre problemes.

- Realitzar conjectures plausibles sobre la solució d'un problema a partir de casos particulars.
 - Validar les solucions.
- Pel que fa a la modelització matemàtica dels alumnes, han de:
- Identificar situacions de les ciències socials que admeten un model matemàtic.
 - Aplicar models matemàtics per resoldre una situació.
 - Seleccionar un model matemàtic adequat a una situació.
 - Interpretar les solucions d'un problema d'acord amb la situació.
- En relació amb el raonament matemàtic amb diferents recursos lògics tenim:
- Distingir entre definicions, conjectures i teoremes.
 - Realitzar conjectures plausibles a partir de casos particulars.
 - Argumentar amb raonaments lògics la validesa general d'una propietat o refutar-la a partir d'un cas particular.

La competència de comunicar processos i resultats d'una situació matemàtica amb llenguatge matemàtic dels alumnes:

- Expressar amb llenguatge matemàtic tant els processos de resolució de problemes i de modelització amb els resultats obtinguts.
- Construir representacions de conceptes i processos.
- Traduir una representació matemàtica a una altra amb els instruments tecnològics.

El currículum a Andorra del bloc de continguts s'agrupa en quatre blocs que corresponen:

- Bloc 1. Nombres i àlgebra.
- Bloc 2. Àlgebra lineal i programació lineal.
- Bloc 3. Anàlisi.
- Bloc 4. Estadística i probabilitat.

Com podem observar l'estadística té un paper important, en constituir un bloc de quatre. Aquests continguts en batxillerat no estan lligats de forma directa a cadascuna de les quatre competències, com estableix el programa de secundària obligatòria a l'Escola Andorrana, en què cada contingut està associat a una competència, sinó que són totalment independents. Hem de destacar la importància dins el programa dels criteris d'avaluació, que permeten evidenciar el grau d'aprenentatge matemàtic per part dels alumnes en cadascuna de les competències. El docent ha d'observar l'evolució de l'alumne fixant-se en la qualitat de l'adquisició de la competència en diferents moments. Per aquest motiu cada competència té ben definida quina ha de ser la mirada del docent. Amb uns criteris d'avaluació que van associats a uns indicadors d'avaluació per a cada unitat didàctica o projecte amb l'objectiu de garantir l'avaluació de cadascuna de les competències de manera gradual al llarg de tot el procés d'aprenentatge del batxillerat. Establint en tot moment quines són les expectatives d'aprenentatge que l'alumne ha d'haver adquirit en finalitzar la unitat corresponent i permetent al llarg dels dos anys l'adquisició final de les quatre competències. Sempre tenint present els diferents ritmes d'aprenentatge que els alumnes mostren en tot procés d'adquisició de nous conceptes matemàtics.

Treball per projectes "Modelling and applicattions"

En el treball per projectes es planteja una situació problema a la qual els alumnes han de donar resposta mitjançant la resolució de problemes matemàtics pròxims a l'entorn (la matemàtica en la vida quotidiana, la matemàtica realista). Això ha implicat un canvi en l'estructura de les unitats didàctiques, en donar importància al fet que i quines són les matemàtiques que s'han d'ensenyar per donar resposta a la situació complexa plantejada. Per tant, l'estadística la treballem a partir d'una situació complexa o pregunta problema, és a dir a partir d'un rept. Per aquest motiu la idea de la pregunta s'ha de mantenir viva i present al llarg de tota la unitat. Això permet l'adquisició i mobilització de diferents recursos (aritmètica, àlgebra, anàlisi, geometria, estadística i probabilitat). També és important la metodologia d'aprenentatge; els alumnes durant la unitat didàctica poden treballar amb diferents estructures: cooperativa, col·laborativa o individual, introduint els materials didàctics (daus, cartes, jocs...), la *flipper classroom*, els instruments tecnològics i els programaris (Geogebra, Excel, ..).

En aquest procés els alumnes han de modelitzar. La modelització matemàtica és el procés de descriure en termes matemàtics un fenomen real, obtenint resultats matemàtics, l'avaluació i interpretació d'una situació real. En el procés de la modelització primer hem d'identificar un problema real, segon hem d'identificar els factors importants i representar aquests factors en termes matemàtics, tercer hem d'utilitzar l'anàlisi matemàtica per obtenir resultats matemàtics, i quart hem d'interpretar i avaluar els resultats matemàtics i veure com afecten al món real.

Esmentem a continuació a tall d'exemple una situació treballada. La pregunta que es proposava als alumnes que responguessin era: "Com influeix en l'economia familiar la diferència de preus dels productes que conformen la cistella de la compra, segons els punts de venda on s'adquireixen?" A partir d'aquesta pregunta els alumnes han de treballar els diferents conceptes d'estadística i d'àlgebra que els permetin donar resposta a la pregunta plantejada. L'adquisició dels conceptes a través d'un treball pràctic permet als alumnes, mitjançant la mobilització dels recursos i dels instruments tecnològics i programaris, establir conclusions específiques i una adquisició més gran dels aprenentatges. En aquest cas, els alumnes han de presentar mitjançant un pòster científic els resultats obtinguts amb tota la feina de recopilació de dades, anàlisi, resultats i conclusions realitzats. Amb tot aquest procés, els alumnes adquireixen les competències específiques de matemàtiques per ser capaços d'aplicar-les en qualsevol situació.

Conclusions

El disseny d'un taller matemàtic utilitzant materials didàctics ofereix la possibilitat d'obtenir millors resultats en la resolució de problemes. Els alumnes manifesten al llarg de les sessions que aquesta forma de treballar els ha proporcionat una nova visió de les matemàtiques. El treball per parelles ha fet que els alumnes s'impliquessin, cadascun en la seva mesura, en la realització dels problemes. La utilització de materials didàctics els ha permès visualitzar la interpretació dels enunciats aconseguint un treball més participatiu.

El treball per parelles genera un punt de participació i d'atenció per part dels dos alumnes de

la parella. Hem vist que la majoria dels alumnes han aconseguit finalitzar les activitats proposades amb èxit, algunes de les activitats, fins i tot més senzilles que moltes vegades no s'aconseguien acabar. Per això es recomana en la mesura del possible introduir materials que puguin oferir als alumnes una nova perspectiva en la resolució de problemes matemàtics. És recomanable provocar o generar una discussió entre els alumnes, generar preguntes en què són ells els protagonistes i han de contestar i de resoldre de forma col·laborativa. Això els responsabilitza finalitzar les activitats matemàtiques.

Yolanda Colom i Torrens,
professora de l'Escola Andorrana de batxillerat
i professora col·laboradora de la Universitat d'Andorra

Referències bibliogràfiques

- ALSINA, C., BURGÚES Y FORTUNY, J. M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.
- Generalitat de Catalunya (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Edició: Servei de Comunicació i Publicacions. Dipòsit legal: B-2885-2013.
- NISS, M. (2003) "Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project". GAGATSI, A.; PAPASTAVRIDIS, S. (ed.): *3 rd Mediterranean Conference on Mathematical Education 3-5 January 2003*. Athens: Hellenic Mathematical Society, p. 115-124.
- OECD (2013) *Estímulos PISA de Matemáticas liberados. Aplicación como recurso didáctico en la ESO*. Madrid. INEE, OECD.